

1 大学数学的学习导引

作者试图通过尽量简短的文字，为高等数学课程的学习者讲述高效的大学数学学习方法。

我们首先介绍高等数学课程的特点和对比中学数学的区别

1. 高等数学课程的知识点含量远大于高中，例如高等数学课程一章的内容量就相当于高中数学一个学期的内容量。由于知识量的增加，单纯使用题海战术学习高等数学是效率极低的。
2. 高等数学讲究严密的知识体系，任何概念都必须有从公理出发的严格数学定义。例如高中的导数被简单定义为切线的斜率，而切线本身的定义就是含糊的。高等数学会从极限出发严格地定义导数。学习高等数学课程必须要从严格的定义出发，忽略定义而只关注解题技巧是南辕北辙的行为。
3. 高等数学的论证和叙述十分抽象。高中数学的概念多数十分直观，相对的大学数学引入了严密的知识体系，使得部分概念的定义的引入抽象繁复的数学语言。在高等数学课程范围里，我们更关心数学方法的使用，因此如何使用“生活语言”理解数学语言是非常重要的。

考虑到高等数学课程与高中数学的区别，我希望各位同学在学习过程中，遇到每一个知识点和技巧都思考下述三件事：

1. “是什么” “是什么”代表我们必须能够用精准的数学语言叙述抽象的定义和定理，即便不能熟练掌握每个定理的证明方式，也要尝试理解严密论证的思维逻辑。
2. “怎么理解” “怎么理解”要求我们能够用尽量简洁的“生活语言”描述抽象的数学语言背后说了什么样的事情。
3. “怎么做” “怎么做”需要我们将抽象的概念和定理转化总结为实际解题中能使用的技巧和方法，做到这一点对考试非常有利。

就解题和考试而言，作者也有一些建议

1. **重视积累** 由于高等数学课程容量大，学习者应做到做一道题便学会一类方法，关注同类问题解题技巧的总结。
2. **学会借鉴** 当遇到不会的习题时，应首先尝试向积累的习题或方法靠拢，借鉴可行的思路。
3. **提升计算** 当遇到反复算错的情形，应正视计算能力问题，并通过刷题针对性提高计算能力。

2 讲义说明

作者制作本系列讲义的期望有两个：

1. 由于北京大学的高等数学课程实行教考分离，实际考试内容相较课程教学内容区别较

大，具体体现在实际考试题目灵活技巧性强，而这些技巧在课本上并无总结和涉及。本讲义会着重整理与考试相关的各种解题技巧，建立课堂教学与考试的连接桥梁。

2. 大学数学具有高度抽象和逻辑严密的特点。对于高等数学课程的学生而言，虽然严谨的逻辑训练对思维有益，但是一味使用抽象严格的教学方式会拖延课时。本讲义在严格给出高等数学各个定义和定理的基础上，着重用“生活化”的语言将抽象的数学概念讲明白。

作者建议读者在使用本系列讲义之前，至少已经粗读过一遍课本，或是在课堂上听过一轮教师授课。在此基础上阅读本讲义，既可以加深对于抽象数学概念的理解，也可以补充课堂上未涉及的解题技巧。作者建议读者重点阅读讲义的“知识点讲解”部分，对知识理解查漏补缺，借助例题总结解题技巧；讲义的“扩展延伸”部分分为“扩展习题”和“扩展补充题”，供读者复习和加深理解使用，初次阅读无需全会。

3 讲义概览

本套习题课讲义分为二十六讲，上下册各十三讲。上册的章节对应如下

1. 预备知识 对应课本1.1-1.2。
2. 序列极限 对应课本1.3
3. 函数极限 对应课本1.4
4. 连续函数 对应课本1.5-1.6
5. 导数和微分 对应课本2.1-2.6
6. 不定积分 对应课本2.7和3.1-3.3
7. 定积分 对应课本2.8-2.10和3.4-3.5
8. 微分中值定理 对应课本4.1-4.2
9. 洛必达法则和泰勒公式 对应课本4.2-4.4
10. 微分学和函数的性质 对应课本4.5-4.7
11. 解析几何 对应课本5.1-5.5
12. 多元函数微分学的基本概念 对应课本6.1-6.6
13. 多元函数微分学的应用 对应课本6.7-6.10

下册的章节对应如下

1. 二重积分 对应课本7.1-7.2
2. 三重积分 对应课本7.3
3. 重积分的应用 对应课本7.4
4. 曲线积分 对应课本8.1-8.3
5. 曲面积分 对应课本8.4-8.7
6. 常微分方程的初等解法 对应课本9.1-9.2
7. 常微分方程的一般理论 对应课本9.3-9.7

8. 数项级数 对应课本10.1-10.3
9. 函数项级数 对应课本10.4
10. 幂级数和泰勒级数 对应课本10.5-10.6
11. 无穷积分和瑕积分 对应课本11.1
12. 含参变量积分 对应课本11.2-11.3
13. 傅里叶级数 对应课本12.1-12.3